

## 総合演習 4

## 別解

$n$  個のサイコロはすべて区別し、それぞれのサイコロの目を  $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  とする。  
サイコロの目が 2~5 の場合の  $(D_1, D_2, D_3, \dots, D_n)$  の組合せを要素とする集合を  $U$  とすると、  
 $n(U) = 4^n$

$U$  の部分集合で、

2 を含まない組合せを要素とする集合を  $A$  とすると、 $n(A) = 3^n$

5 を含まない組合せを要素とする集合を  $B$  とすると、 $n(B) = 3^n$

2 も 5 も含まない組合せを要素とする集合  $A \cap B$  については、 $n(A \cap B) = 2^n$

よって、2 または 5 を含まない組合せを要素とする集合  $A \cup B$  の要素の数は、

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 3^n + 3^n - 2^n \\ &= 2 \cdot 3^n - 2^n\end{aligned}$$

ゆえに、2 も 5 も含む組合せの集合  $\overline{A \cup B}$  の要素の数は

$$\begin{aligned}n(\overline{A \cup B}) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\} \\ &= 4^n - (3^n + 3^n - 2^n) \\ &= 4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n\end{aligned}$$

サイコロの目が 1~6 の場合の組合せの数は  $6^n$  だから、

$$\text{求める確率は } \frac{4^n - 2 \cdot 3^n + 2^n}{6^n} = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$$